

## Versuchsanleitung W 7 : Gasoszillator

### 1 Einleitung

Eine Zustandsänderung, bei der kein Wärmeaustausch zwischen dem thermodynamischen System und seiner Umgebung stattfindet, heißt adiabatisch. Der Wärmeaustausch lässt sich streng nur durch völlig wärmeundurchlässige Wände zwischen dem System und der Umgebung vermeiden. Solche Wände sind jedoch lediglich im Modell denkbar.

Laufen Zustandsänderungen jedoch so schnell ab, dass nicht genügend Zeit für den Wärmeaustausch zur Verfügung steht, dann ist die mit der Umgebung ausgetauschte Wärmemenge vernachlässigbar klein gegen die Änderung der inneren Energie des Systems. Schnelle Zustandsänderungen können daher oft in guter Näherung als adiabatisch aufgefasst werden.

Viele reale Vorgänge (Ausströmvorgänge aus Düsen, Explosionen, Schallwellen) und Apparate (Luftpumpe, Kompressor, Dieselmotor, Nebelkammer) können unter Verwendung des adiabatischen Modells nicht nur in ihrer Wirkungsweise verstanden, sondern auch quantitativ abgeschätzt werden. Für solche Rechnungen ist die Kenntnis des Adiabatenexponenten erforderlich. Seine experimentelle Bestimmung nach der Methode von FLAMMERSFELD und RÜCHARDT werden Sie in diesem Versuch kennenlernen.

### 2 Grundlagen

Das Volumen eines Gases hängt vom Druck und von der Temperatur ab. Das Volumen  $V$ , der Druck  $p$  und die Temperatur  $T$  kennzeichnen den Zustand des Gases, man nennt sie daher Zustandsgrößen oder Zustandsvariable. Bei idealen Gasen besteht zwischen ihnen der Zusammenhang

$$pV = nRT, \quad (2-1)$$

wobei  $n$  die Stoffmenge und  $R$  die allgemeine Gaskonstante sind.

Nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik ändert sich die Innere Energie  $U$  eines Systems durch Austausch von Wärmemenge mit der Umgebung und/oder das Verrichten von Arbeit. Verläuft eine Zustandsänderung adiabatisch, vereinfacht sich die Gleichung des ersten Hauptsatzes zu

$$dU + p dV = 0. \quad (2-2)$$

Mit der Definition der Wärmekapazität  $C_V$  bei konstantem Volumen

$$C_V = \left( \frac{dU}{dT} \right)_V, \quad (2-3)$$

und unter Verwendung der allgemeinen Zustandsgleichung für ideale Gase (2-1) erhält man

$$C_V dT + nRT \frac{dV}{V} = 0. \quad (2-4)$$

Die Integration von (2-4) ergibt

$$C_V \ln T + nR \ln V = \text{const}. \quad (2-5)$$

Die Wärmekapazität bei konstantem Druck wird mit  $C_p$  bezeichnet. Setzt man  $\frac{C_p}{C_V} = \kappa$  und berücksichtigt  $nR = C_p - C_V$ , so folgt aus Gleichung (2-5)

$$TV^{\kappa-1} = \text{const}. \quad (2-6)$$

Die Multiplikation von (2-6) mit der allgemeinen Zustandsgleichung (2-1) liefert eine weitere für adiabatische Zustandsänderungen gültige Gleichung

$$p V^\kappa = \text{const} \quad . \quad (2-7)$$

Das Verhältnis  $\kappa$  der Wärmekapazitäten bei konstantem Druck und konstantem Volumen heißt daher Adiabatenexponent.

### 3 Versuchsanordnung

Ein zylindrischer Körper (1) mit der Masse  $m$  und dem Durchmesser  $d$ , der in einem senkrechten Präzisionsrohr (2) ein Gasvolumen (3) bekannter Größe  $V$  nach oben abschließt, wird im Rohr aufsteigen, wenn man durch das Röhrchen (4) Gas zuführt, da sich im Raum unter dem Körper ein Überdruck aufbaut (siehe Bild 1). Gibt der Körper beim Steigen ein Ventil (5) (feiner Schlitz) im Rohr frei, so entweicht Gas und der Druck fällt ab. Der Körper sinkt nach unten und verschließt das Ventil wieder. Bei kontinuierlicher Gaszufuhr steigt und sinkt der Körper im Rohr periodisch. Stellt man die Gaszufuhr so ein, dass auch der wegen des Spielraums zwischen Körper und Rohrwand unvermeidliche Gasfluss ausgeglichen wird, so bildet sich eine mitgekoppelte Schwingung aus, da die an sich gedämpfte Schwingung immer wieder phasensynchron angestoßen wird.

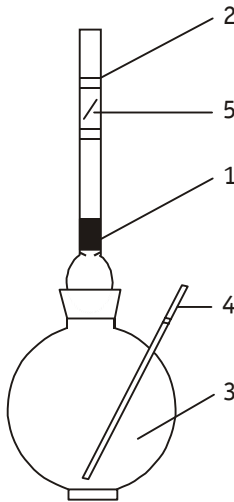


Bild 1 Gasoszillator

Sinkt der Körper (Durchmesser  $d$ ) um die kleine Distanz  $x$  unter die Gleichgewichtslage der Schwingung, dann erhöht sich der Druck  $p$  um  $\Delta p$ , und man erhält für die Druckkraft  $F$  (die den Körper beschleunigt)

$$F = \frac{\pi}{4} d^2 \Delta p = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad . \quad (3-1)$$

Der Druck  $p$  im Gefäß ist die Summe aus Luftdruck  $p_L$  und dem "Kolbendruck" des Schwingkörpers

$$p = p_L + \frac{4 m g}{\pi d^2} \quad . \quad (3-2)$$

Da der Schwingungsvorgang relativ schnell abläuft, kann er als adiabatisch betrachtet und die Adiabategleichung (2-7) in der Form

$$p = \text{const} V^{-\kappa} \quad (3-3)$$

verwendet werden. Aus ihr erhält man durch Differentiation nach dem Volumen

$$dp = -\kappa p \frac{dV}{V} \quad , \quad (3-4)$$

d. h. für die kleine Druckschwankung  $\Delta p$  gilt

$$\Delta p = -\kappa p \frac{\Delta V}{V} . \quad (3-5)$$

Das Einsetzen von (3-5) mit  $\Delta V = \frac{\pi d^2}{4} x$  in Gleichung (3-1) liefert die Differentialgleichung für den harmonischen Oszillator

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\kappa \pi^2 d^4 p}{16 V m} x = 0 \quad (3-6)$$

mit der daraus ablesbaren Kreisfrequenz

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa \pi^2 d^4 p}{16 V m}} . \quad (3-7)$$

Unter Verwendung von  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  findet man schließlich die Formel zur Berechnung des Adiabatenexponenten

$$\kappa = \frac{64 V m}{T^2 d^4 p} . \quad (3-8)$$

#### **4 Aufgaben**

In diesem Abschnitt sind die zu bearbeitenden Aufgaben nur grundsätzlich aufgeführt. Genauere Hinweise zur Versuchsdurchführung befinden sich am Arbeitsplatz.

- 4.1 Messen Sie den Durchmesser des Schwingkörpers und bestimmen Sie seine Masse.
- 4.2 Messen Sie wiederholt die Zeit für eine größere Anzahl von Schwingungsdauern. Geben Sie die mittlere Schwingungsdauer an.  
**Hinweis:** Bitte schauen Sie zur Vorbereitung auf den Versuch unbedingt in der Bedienungsanleitung Ihres Taschenrechners nach, wie Sie unter Benutzung der in den Taschenrechner integrierten Statistikfunktionen zu einer Anzahl von Messwerten  $x_1, x_2, \dots, x_n$  den Mittelwert  $\bar{x}$  und die Standardabweichung  $\sigma_{n-1}$  abfragen können.
- 4.3 Notieren Sie sich das am Arbeitsplatz angegebene Volumen des Gasgefäßes und lesen Sie am Barometer den Luftdruck ab.
- 4.4 Berechnen Sie den Druck  $p$  nach (3-2) und seinen Größtfehler.
- 4.5 Berechnen Sie den Adiabatenexponenten nach (3-8) und seinen Größtfehler.

#### **5 Fragen**

- 5.1 Welche speziellen Zustandsänderungen des idealen Gases kennen Sie und unter welchen Bedingungen laufen diese ab?
- 5.2 Formulieren Sie den 1. Hauptsatz der Thermodynamik in differentieller Form und in integraler Form.
- 5.3 Welche Zusammenhänge bestehen zwischen Druck, Volumen und Temperatur eines idealen Gases bei adiabatischer Zustandsänderung?
- 5.4 Berechnen Sie den Kolbendruck eines kreiszylindrischen Kolbens von 5 g Masse und 12 mm Durchmesser.
- 5.5 Geben Sie die Schwingungsgleichung für einen freien ungedämpften harmonischen Federschwinger an.
- 5.6 Wie lautet die allgemeine Lösung der Schwingungsgleichung des freien ungedämpften harmonischen Oszillators?

- 5.7 Wie berechnet man die Innere Energie des idealen Gases?
- 5.8 Geben Sie die spezielle Lösung der Schwingungsgleichung des freien ungedämpften harmonischen Oszillators mit den Anfangsbedingungen  $x(0) = x_0 > 0$  und  $\dot{x}(0) = v_0 = 0$  an.
- 5.9 Welche Zusammenhänge bestehen zwischen der Kreisfrequenz, der Frequenz und der Schwingungsdauer?
- 5.10 Leiten Sie für  $\kappa = \frac{64 V m}{T^2 d^4 p}$  eine Formel für den relativen Fehler  $\frac{\Delta \kappa}{\kappa}$  her, wenn alle Messgrößen fehlerbehaftet sind.

### Literatur

- [ 1 ] Walcher, W. :                   Praktikum der Physik  
Teubner-Verlag, Stuttgart, 1994  
ISBN : 3-519-13038-6
- [ 2 ] Hering, E. u.a. :               Physik für Ingenieure  
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2012 (11. Auflage)  
ISBN : 978-3-642-22568-0 (Hardcover) / 978-3-642-22569-7 (eBook)